

文章编号: 1000-7598 (2009) 10-2881-22

土的基本力学特性及其弹塑性描述

姚仰平, 侯 伟

(北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: Cam-clay 模型是在等向加载试验基础上建立起来的且能够描述正常固结土在常规三轴试验条件下应力-应变关系的最简单弹塑性模型, 是建立各种土的弹塑性本构模型的基础。文中分别按加载方式的不同和土组构的不同, 对描述与应力状态、应力历史、应力路径、持荷时间等因素有关的加载方式下土应力应变特性的弹塑性本构模型进行了归纳。对反映不同组构所形成的结构性、各向异性和颗粒破碎等特性的弹塑性本构模型进行了综述, 并着重介绍了描述应力状态的三维化方法、反映应力历史影响的超固结土模型和模拟渐近状态路径的渐近状态模型等典型研究成果。

关 键 词: 土; 加载方式; 组构; 应力应变特性; 弹塑性模型

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

Basic mechanical behavior of soils and their elastoplastic modeling

YAO Yang-ping, HOU Wei

(School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Based on the study of the isotropic loading test, the Cam-clay model has been established as the simplest elastoplastic model to describe the stress-strain relationships of normally consolidated clay in triaxial compression test, which is the basis to propose other models. According to the difference in loading modes and fabric characteristics, elastoplastic models describing stress-strain relationships under loading modes related to stress state, stress history, stress paths, loading time etc. are summarized. And elastoplastic models describing behaviors of soil structure, anisotropy and particle crushing etc. are summed up as well. Also, the transformed stress method representing the three dimensional property of soils, over-consolidated clay model describing the stress history effect and the asymptotic state model simulating asymptotic state path are introduced in detail.

Key words: soils; loading modes; fabric characteristics; stress-strain relationship; elastoplastic model

1 引 言

土的本构理论是以土的应力-应变关系规律为研究对象, 为岩土工程学科的重要理论基础^[1-2], 它是基于大量试验研究, 在简化假设的前提下建立的能够描述土的基本力学特性的数学表达式^[3-5]。

20 世纪 20 年代, 以 Terzaghi《土力学》专著为标志, 产生了土力学这门新的学科。随着对土的力学特性研究的不断深入, 塑性理论逐渐被应用于土的本构关系中^[1]。1963 年英国剑桥大学的 Roscoe 等提出了原始 Cam-clay 模型, 它标志着现代土力学的开端, 从此, 土的本构理论研究得到了突飞猛进的发展^[1-3]。由于在本构模型中所采用的假设不同, 于是出现了数以百计的不同形式的弹塑性模

型。为了描述复杂加载条件下土的应力应变特性, 以 Mroz、Dafalias 和 Hashiguchi 等为代表的学者抛弃常规弹塑性模型的做法, 相继提出了多面模型、边界面模型和下加载面模型等多种复杂加载模型。土的统一硬化模型是以 Cam-clay 模型为理论基础, 以采用统一硬化参数使其简单反映土的剪胀性, 采用变换应力方法使其合理反映土的三维特性为标志性特征的弹塑性模型, 即 Unified Hardening Model, 简称为 UH 模型, 也是一种较为典型的描述土在复杂加载条件下应力应变特性的弹塑性模型。除了经典的弹塑性本构模型和复杂加载模型以外, 本构模型还包括内时模型、微观模型、损伤模型等^[6-10]。

土是由土颗粒、水和空气组成的三相混合体,

收稿日期: 2009-08-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 50879001, No. 10672010, 10872016); 博士后基金 (No. 20080430298)。

第一作者简介: 姚仰平, 男, 1960 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事土的基本特性和本构模型研究。E-mail: ypyao@buaa.edu.cn

在荷载作用下所表现出的复杂应力-应变关系是由加载方式（外因）和土的组构（内因）共同决定的。其加载方式主要与应力状态、应力历史、应力路径、持荷时间等因素有关，如表 1 所列。由于加载方式的不同，土所表现出的应力应变特性也不一样。为便于分析，类似于金属材料的单向压缩试验和静水压力试验所对应的应力状态，本文将土在常规三轴压缩试验和等向压缩试验时所对应的加载条件称为简单加载。

土的应力应变特性除受加载方式影响外，还与颗粒大小、颗粒的力学特性、形状、排列、颗粒的聚集程度（密度）和三相组成比例等土的组构密切相关，具体表现为结构性、各向异性、非饱和特性和颗粒破碎特性等（表 1）。人们通常将在受力过程中仅具有剪缩性和压硬性特性的黏土称为正常固结土，本文中将其称为简单土。

表 1 加载方式和组构形式
Table 1 Loading modes and fabric characteristics

加载方式					组构形式				
简单	应力	应力	应力	持荷	正常	结构性	各向	非饱	颗粒
加载	状态	历史	路径	时间	固结		异性	和性	破碎

正常固结土是一种理想化、性质最为简单的土，在简单加载条件下表现为压硬性、剪缩性和临界状态等特性^[11-12]。土的刚度和强度随应力水平的增加而增大的特性即为压硬性。土在剪切作用下产生的体积变形称为剪胀性，由于正常固结土的密度较小，仅产生体积收缩，即剪缩性，它是剪胀性的一种。土的临界状态是指应力水平保持不变，体积应变增量为 0，剪切应变增量趋于无穷大的一种极限状态。

受复杂加载方式和各种不同组构的影响，土具有较复杂的应力应变特性。

三维特性是指在三维应力状态下土在 π 平面上的屈服和强度特性以及三维应力应变规律，其对应的加载方式是相对于简单加载而言的复杂应力状态。

土的应力历史是指历史上的受力过程。超固结土不同于正常固结土的特性，是由应力历史引起的。它的孔隙比较小，密度较大，强度较高，表现为硬化、软化、剪缩、剪胀等特性。在充分剪切情况下，临界状态时超固结土的应力应变特性和正常固结土趋于一致。

应力路径是指土中某点的应力状态的变化在应力空间中的轨迹。渐近状态是一种应变控制的特

殊应力路径。由于变形约束的作用，使沿不同路径下的极限应力比趋于某一个不同与临界状态应力比的稳定值。循环加载是一种复杂的应力路径，土的累积塑性变形对剪切模量、孔隙比、剪胀特性均产生较大的影响。

持荷时间的影响是指土的应力-应变关系和强度特性表现出与时间效应和应变速率相关的特性。在等向压缩条件下，时间对黏性土所产生的影响类似于土的“老化”现象，相当于土具有了一定程度的超固结性。

结构性是指土体在形成过程中所具有的颗粒特性、孔隙特性、排列特性以及联结特性等。结构性土的孔隙比大于同一固结压力下的重塑土的孔隙比，固结压缩曲线具有明显的转折点，当低于转折点处的结构屈服压力时，土的压缩性较小，超过结构屈服压力后，伴随着结构大量破损，压缩性显著增大，最后趋于重塑土的压缩曲线。同理，结构性土的特殊组构决定了在剪切条件下其强度和应力应变特性有别于重塑土。

各向异性是指当沿不同方向剪切时土表现出不同的强度和应力应变特性。根据各向异性的成因可将其划分为初始固结各向异性和材料各向异性两种形式。

非饱和土中孔隙气压力与孔隙水压力之差（基质吸力）决定了土中有效应力变化，同时，土的性质又与含水率有关。因此，与含水率有关的土性和与基质吸力有关的有效应力两个可变的因素决定了非饱和土的复杂的应力-应变关系。湿化特性和基质吸力对强度的影响特性是非饱和土的两个重要方面。

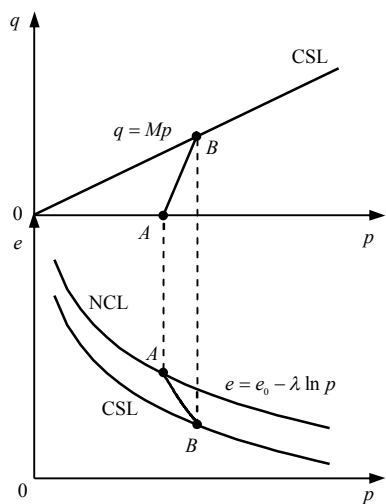
粒状材料颗粒之间的相互作用决定着土的宏观力学表现。在较大压力下土的颗粒破碎使土的剪胀特性发生变化，进而影响了土的变形和强度特性。

Cam-clay 模型是描述在简单加载条件下简单土的应力-应变关系的最简单的弹塑性本构模型^[11-12]，它是研究各种组构的土在复杂加载条件下应力-应变关系的起点，是建立各种土的弹塑性本构模型的基础。本文正是从这个起点出发，分别按加载方式的不同和组构的不同，对描述与应力状态、应力历史、应力路径、持荷时间等因素有关的加载方式下土特性的弹塑性本构模型进行了归纳；对反映不同组构所形成的结构性、各向异性和颗粒破碎等特性的弹塑性本构模型进行了综述（由于非饱和土及其本构描述的特殊性，故本文没有涉及），并着重介绍了描述应力状态的三维化方法、反映应力历史的超

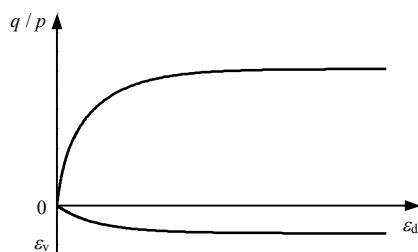
固结土模型、模拟渐近状态路径的渐近状态模型等典型的研究成果。本文按照上述思路对土的本构理论研究现状和进展进行了总结, 它不是关于国内外岩土本构理论的全面综述性报告, 所以也没有涵盖所有的研究成果。

2 Cam-clay 模型对正常固结土应力应变特性的描述

正常固结土是一种理想化、性质简单的土, 在简单加载条件下具有压硬性、剪胀性和临界状态特性。如图 1 所示, 当沿着路径 AB 加载时, 随着平均主应力 p 和剪应力 q 的增加, 土的体积应变增大; 当达到临界状态时, 孔隙比达到临界状态值, 剪切应变增量趋于无穷大, 应力比达到临界状态应力比。为了描述上述特性, 剑桥大学的 Roscoe 等建立了适合正常固结土和弱超固结土的经典 Cam-clay 模型^[11-12]。



(a) q - p 和 e - p 面上的应力应变曲线



(b) 应力-应变曲线

图 1 正常固结土的应力-应变曲线

Fig.1 Stress-strain curves of normally consolidated clays

在 Cam-clay 模型中, 土的正常压缩线可表示为

$$e = e_0 - \lambda \ln p \quad (1)$$

式中: e 为孔隙比; e_0 为初始孔隙比; λ 为压缩线

的斜率; p 为平均主应力。

通过对式 (1) 进行微分, 可得

$$de = -\frac{\lambda}{p} dp \quad (2)$$

由式 (2) 可知, 当平均主应力 p 增加时, 土的刚度逐渐增大、体应变逐渐减小, 体现了土的压硬性特性。

为了描述土的剪胀性, 在 Cam-clay 模型 (以下的 Cam-clay 模型指 1968 年提出的修正的模型) 中采用了如下的剪胀方程:

$$\frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_d^p} = \frac{M^2 p^2 - q^2}{2pq} \quad (3)$$

式中: M 为临界状态应力比; q 为广义剪应力; $d\epsilon_v^p$ 、 $d\epsilon_d^p$ 分别为塑性体积应变增量和塑性剪应变增量, 式 (3) 反映了塑性应变增量比与应力水平的关系。

当达到临界状态时, 应力比为临界状态应力比:

$$q = Mp \quad (4)$$

根据式 (1)、(3) 和式 (4), 并采用相关联动法则, 可得 Cam-clay 模型的屈服面和塑性势面方程:

$$f = g = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left(1 + \frac{q^2}{M^2 p^2} \right) - \epsilon_v^p = 0 \quad (5)$$

式中: κ 为正常固结土等向回弹线的斜率; ϵ_v^p 为塑性体积应变。

Cam-clay 模型是适合正常固结土和弱超固结土的弹塑性模型。模型简单, 参数较少且具有明确的物理意义, 因此, 在国内外已得到了广泛的应用。由于 Cam-clay 模型是建立在 p - q 坐标下的弹塑性模型, 在 π 平面上屈服曲线为 Mises 圆, 故它不能合理描述土的三维特性。Cam-clay 模型是以塑性体积应变作为硬化参数, 它不能反映土的正剪胀和软化特性。同时, 它以各向同性的饱和土为研究对象, 故它不能模拟土的各向异性、非饱和性等诸多复杂特性。

3 描述不同加载方式下土的应力应变特性的弹塑性本构模型

3.1 三维化弹塑性本构模型

三维力学特性是岩土材料重要的特性之一, 在 π 平面上沿不同的路径加载时, 其强度特性如图 2 所示。

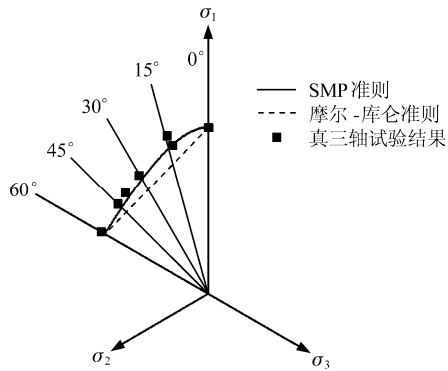


图2 在 π 平面上土的三维强度特性
Fig.2 Three dimensional strength in π plane

为了描述土的三维强度特性, Lade 和 Duncan 根据砂土在真三轴仪上的试验结果, 提出了一种适用于砂土类的弹塑性模型^[13]。该模型把土视作加工硬化材料, 服从不相关联流动法则, 采用塑性功硬化规律, 模型中规定的屈服函数根据试验数据拟合得到。加载条件表示为

$$F = \frac{I_1^3}{I_3} - k = 0 \quad (6)$$

式中: I_1 、 I_3 分别为第一和第三应力不变量; k 为硬化参数, 它是塑性功的函数。

为了考虑岩土类材料在单纯静水压力作用下的屈服特性以及剪缩性质, 在该模型的剪切屈服面上增加了一个体积屈服面, 形成了双屈服面模型。随后, Lade 和 Kim 又将双屈服面模型组合成一个全封闭的光滑屈服面, 使之成为单屈服面模型, 模型的屈服函数为^[14]

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left(\frac{I_1}{p_a} \right)^m = \eta_1 \quad (7)$$

式中: m 为材料常数; p_a 为大气压; η_1 为硬化参数。

1984 年, Desai 和 Faruque 提出了封闭形单一屈服面模型^[15], 屈服面函数为

$$f = J_2 - f_b f_s = 0 \quad (8)$$

式中: J_2 为第二应力偏量不变量; f_b 为子午面上的屈服函数; f_s 为形状函数 ($f_s = (1 - \beta S_r)^m$, S_r 相当于应力 Lode 角), 反映 π 平面上屈服曲线的形状。

Zienkiewicz 和 Pande 提出了 $g(\theta)$ 方法^[16], Arygris 等提出的 $g(\theta)$ 表达式^[17]为

$$g(\theta) = \frac{2m}{(1+m) - (1-m)\sin(3\theta)} \quad (9)$$

式中: m 为拉伸和压缩强度比。

Satake 基于 SMP 强度准则^[18]提出了 $g(\theta)$ 表达式:

$$g(\theta) = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{8 + \sin^2 \varphi_0} - \sin \varphi_0)}{4\sqrt{2 + \sin^2 \varphi_0} \cos \psi} \quad (10)$$

其中:

$$\psi = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left[- \left(\frac{3}{2 + \sin^2 \varphi_0} \right)^{\frac{3}{2}} \sin \varphi_0 \cos 3\theta \right] \quad (11)$$

式中: φ_0 为与摩擦角有关的参量。

Nakai 和 Matsuoka 提出了 t_{ij} 三维化方法^[19], 如图 3 所示。变换应力空间的张量 t_{ij} 与普通应力空间张量 σ_{ij} 的关系为

$$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj} \quad (12)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= \sqrt{\frac{I_3}{I_2}} (\sigma_{ik} + I_2 \delta_{ik}) (I_1 \sigma_{kj} + I_3 \delta_{kj})^{-1} \\ a_i &= \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_i}}, \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: δ_{ij} 为 Kronecker 符号; I_2 为第二应力不变量。

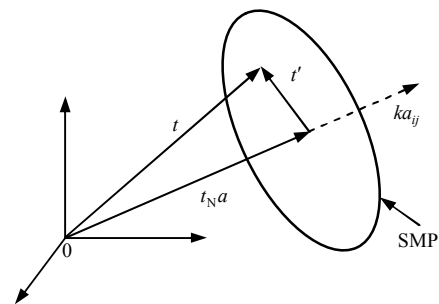


图3 t_{ij} 应力空间的应力张量
Fig.3 Stress tensors in t_{ij} space

Nakai 和 Hinokio 以塑性功为硬化参数, 提出了适用于超固结土的 t_{ij} 模型^[20], 该模型不仅能够描述不同应力路径下塑性应变增量方向的不同, 而且可以考虑土的应力路径相关性, 模型的塑性应变增量表示为等向增量 $d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$ 和剪切增量 $d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}$ 两部分。

李广信根据承德中密砂的真三轴试验和平面应变试验结果得到了 π 平面上的塑性应变增量方向和屈服轨迹^[21], 通过在清华模型中引入一种形状参数 $\alpha(\theta)$, 将清华模型发展成三维形式的弹塑性模型。其屈服函数为

$$f = \left(\frac{p-h}{kh} \right)^2 + \left(\frac{q}{\alpha(\theta)krh} \right)^2 - 1 = 0 \quad (14)$$

式中： h 为硬化参数； k 、 r 为模型参数。

郑颖人等基于广义塑性力学提出了“后工”弹塑性模型^[2, 22]，其三屈服面模型中分量屈服面包括体积屈服面和剪切屈服面两部分，同时，他又将剪切屈服面分解为 q 方向和 θ_σ 方向的剪切屈服面。偏平面上的屈服函数为

$$F_q = \frac{q}{g(\theta)} \quad (15)$$

其中：

$$g(\theta) = \frac{2K}{(1+K) - (1-K)\sin 3\theta + \alpha_1 \cos^2 3\theta} \quad (16)$$

式中： K 和 α_1 均为模型参数； θ 为应力 Lode 角。

姚仰平等基于 SMP、Lade 和广义非线性强度理论提出了相应的变换应力方法^[23-28]，如图 4 所示，通过对应变换应力张量引用到模型中，建立了三维化的 UH 模型。其变换应力张量 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij} &= p\delta_{ij} + \frac{q^*}{q}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij}) \\ q &= \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij})(\sigma_{ij} - p\delta_{ij})} \\ p &= \frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中： q^* 为 π 平面上的屈服曲线在三轴压缩条件下投影点所对应的广义剪应力。对应于 Lade 强度准则、SMP 强度准则和广义非线性强度理论， q^* 可分别表示为

Lade 强度准则^[23-24]：

$$q^* = 3p \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{I_3}{p^3}} \left[\cos \left(\frac{1}{3} \cos^{-1} \left(-\sqrt{\frac{I_3}{p^3}} \right) \right) \right] \right\} \quad (18)$$

SMP 强度准则^[25]：

$$q^* = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_2 - 9I_3)} - 1} \quad (19)$$

广义非线性强度理论^[25-27]：

$$q^* = \alpha \sqrt{I_1^2 - 3I_2} + \frac{2(1-\alpha)I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_2 - 9I_3)} - 1} \quad (20)$$

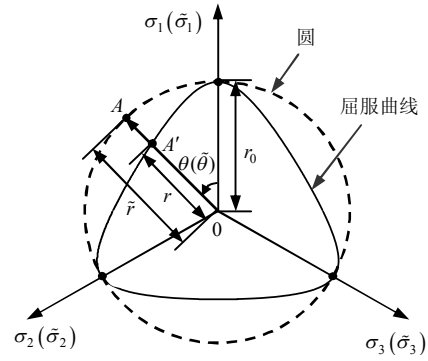


图 4 π 平面上某强度准则的屈服曲线
Fig.4 Yield curve of a strength criterion in π plane

图 5 为采用基于 SMP 准则的变换应力方法对 Cam-clay 模型实现三维化后对真三轴试验数据的合理预测结果，模型参数与 Cam-clay 模型一样多。

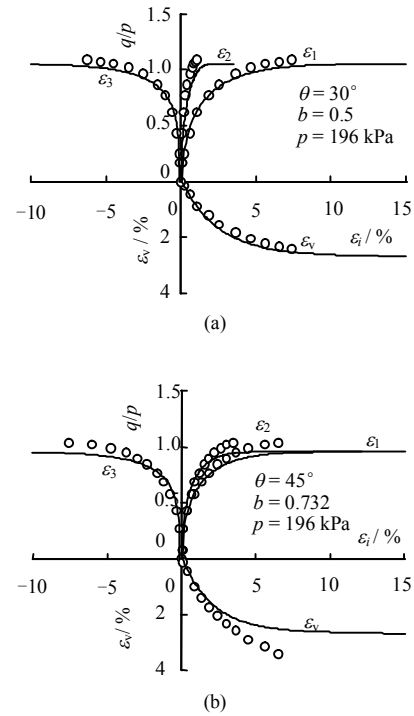


图 5 真三轴试验数据与三维化的 Cam-clay 模型预测结果比较
Fig.5 Comparison between data from true triaxial test and results predicted by three dimensional Cam-clay model

在循环加载条件下采用 $g(\theta)$ 方法修正的屈服面将产生不连续的突变。在 K_0 各向异性本构模型中应用 $g(\theta)$ 方法，其屈服面存在尖点、多值和非外凸等现象^[29]。变换应力方法在不增加任何参数的前提下，能够描述各种土在等向加载、各向异性条件下的三维性质，修正后的屈服面均是光滑外凸、连续的曲线。采用变换应力方法的预测结果与试验数据

能够较好地符合,同时,变换应力方法也适用于移动硬化模型。

3.2 描述应力历史影响的弹塑性本构模型

应力历史是指历史上所受的应力和所处的应力状态。应力历史对当前土的强度和应力应变特性有很大的影响。当历史上所受到的应力大于当前的应力水平时,使土具有超固结特性,表现为硬化、软化、剪缩、剪胀等性质。

常规土的弹塑性本构模型假设屈服面内部是一个弹性域,无论应力如何改变,在屈服面内只产生弹性变形,故它只能描述应力方向指向屈服面外时的塑性变形。大量试验研究表明,土在卸载后再加载时的应力-应变关系具有弹塑性性质,常规弹塑性理论不能反映这种特性,为此,国内外学者在抛弃常规弹塑性理论假设的基础上开展了非常规弹塑性本构理论的研究,并提出了多面模型、边界面模型和下加载面模型等多种模型,以反映土的应力历史对变形的影响。

Pender 基于临界状态土力学和常规三轴试验提出了超固结土模型^[30]。模型屈服面函数和剪胀方程分别为

$$\left. \begin{aligned} f &= q - \eta p = 0 \\ \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} &= (p_0/p_{cs} - 1) \{ M - (p/p_{cs})\eta \} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中: p_{cs} 为临界状态时的平均主应力; p_0 为初始平均主应力; η 为应力比。

Mroz 首先提出了多重屈服面模型^[31](图 6),即在应力空间中定义一个边界面和一个初始屈服面,这个边界面是在初始加载过程中形成的,相应于最大加载应力所对应的屈服面。在边界面内侧,有一簇套叠着的、互不相交的几何相似屈服面,它们随着塑性应变的产生和发展,在边界面内以一定

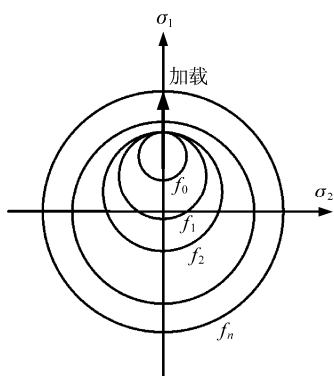


图 6 多重屈服面模型
Fig.6 Multi yield surface model

的规则依次胀缩和移动,以模拟材料的非等向加载硬化特性。

Prevost 针对黏性土、饱和砂土提出了适用于不排水条件的多面模型^[32],针对饱和砂土的模型采用了圆形边界面和套叠面,假设模量是平均有效应力的幂函数。该模型能描述饱和砂土的各向异性以及剪应力-应变的非线性滞回特性,并在一定程度上反映砂土的剪胀现象。

为了避免在有限元计算时对应力空间中所有屈服面进行跟踪记忆,Dafalias 等提出了边界面理论^[33],即在应力空间中有一个边界面限定了应力点和屈服面移动的几何边界,该边界多采用椭圆形,如图 7 所示。边界面内有一个与边界面几何相似的屈服面,该屈服面遵循一定的规则移动,加载过程中的应力点总是位于屈服面之上或屈服面内侧。边界面上的塑性模量与外法线方向均由塑性增量理论的规则确定。屈服面上应力点处的塑性模量可根据该点在边界面上共轭点的硬化模量以及此时的屈服面相对于边界面的位置,由一些较简单的插值公式来确定。

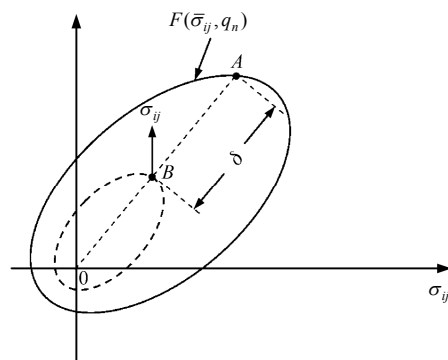


图 7 边界面模型
Fig.7 Bounding surface model

为了描述土体在卸载后再加载条件下的弹塑性变形,Hashiguchi 等提出了下加载面的概念(图 8)^[34-35]。它是基于屈服面在相对移动过程中不相交的数学条件,推导出双面模型的合理形式。

将下加载面定义为

$$f(\bar{\sigma}, H) = RF(H) \quad (22)$$

式中: $\bar{\sigma} = \sigma - \bar{\alpha}$, $\bar{\alpha}$ 为下加载面参量,它与正常屈服面内参量 α 相对应; H 为硬化参量;相似比 R 可表示为

$$R = \frac{\sigma - \bar{\alpha}}{\sigma_y - \alpha} \quad (23)$$

式中: σ_y 为正常屈服面上当前应力的对应点; R 的增量为塑性应变 D^p 和应力状态的函数, 即 $dR = u \ln R \|D^p\|$ 。

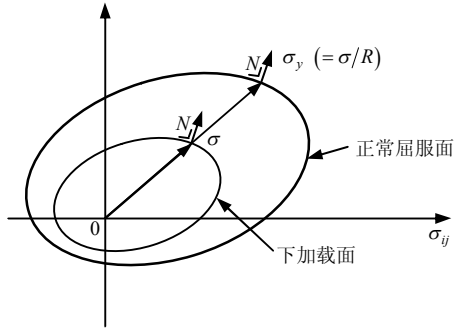


图 8 正常屈服面和下加载面

Fig.8 Normal yield surface and subloading yield surface

Asaoka 等将下加载面概念与 Cam-clay 模型结合, 推导出了下加载面的表达式, 并在此基础上, 提出了上加载面屈服面思想, 以描述结构性土和超固结土的应力应变特性^[36-37]。模型采用相关联流动法则, 如图 9 所示。下加载屈服面函数表示为

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{\bar{p}_0} + \frac{\lambda - \kappa}{M(1 + e_0)} \frac{q}{p} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} (\ln R^* - \ln R) \quad (24)$$

式中: p 和 q 分别为当前应力点的平均主应力和剪应力; $\bar{p}_0$ 为初始状态时剑桥屈服面上对应点的平均主应力; R^* 为结构性参数; R 为超固结参数。

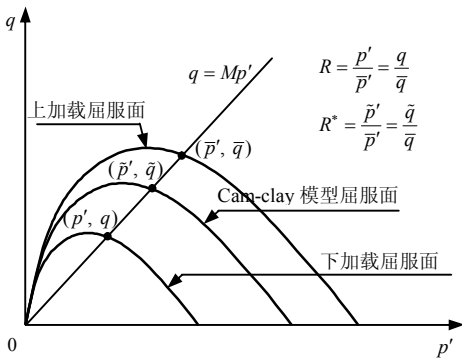


图 9 上、下加载屈服面和剑桥屈服面

Fig.9 Superloading / subloading yield surface and Cam-clay yield surface

超固结参数 R 和结构性参数 R^* 的增量为塑性剪应变增量和应力状态的函数:

$$\left. \begin{aligned} dR &= -\frac{M(1 + e_0)}{\lambda - \kappa} m \ln R d\varepsilon_d^p \\ dR^* &= \frac{M(1 + e_0)}{\lambda - \kappa} a R^{*b} (1 - R^*)^c d\varepsilon_d^p \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中: m 、 a 、 b 和 c 为材料参数。通过这些参数选取的不同来描述黏土和砂土的应力应变特性。

Nakai 和 Hinokio 提出的 t_{ij} 模型包括两个屈服面^[20], 即下加载屈服面和正常屈服面。下加载面对应着超固结状态, 正常屈服面对应着正常固结状态。两个面之间的位置关系用变量 ρ 表示 (图 10)。同时, 又给出变量 ρ 的变化规律, 进而可通过正常屈服面函数与变量 ρ 得出下加载面的表达式, 通过采用 t_{ij} 方法对模型实现三维化来描述超固结土的变形特性, 模型的屈服面函数为

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \left(\varepsilon_v^p - \frac{\rho}{1 + e_0} \right) = 0 \quad (26)$$

式中: $t_N = t_{ij} a_{ij}$ (t_{ij} 为变换后的应力张量); $\zeta(X)$ 的表达式与应力比有关; ρ 的增量为

$$d\left(\frac{\rho}{1 + e_0}\right) = -\Lambda \frac{a \rho^2}{t_N} \quad (27)$$

式中: a 为材料参数; Λ 为塑性因子。

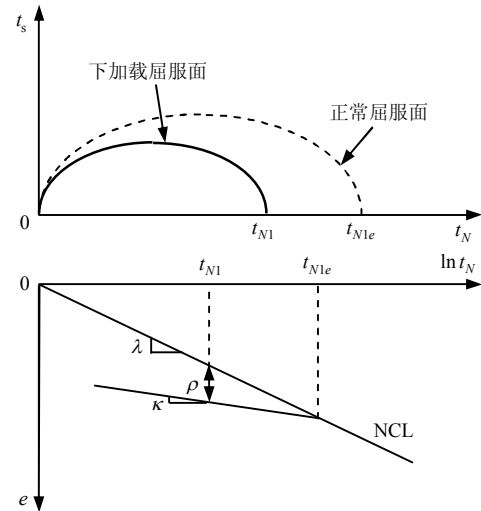


图 10 t_{ij} 模型的下加载面和正常屈服面

Fig.10 Subloading yield surface and normally yield surface in t_{ij} model

姚仰平等基于 Cam-clay 模型和下加载面理论, 提出了适用于超固结土和正常固结土, 且仅比 Cam-clay 模型增加了一个参数 M_h (Hvorslev 面斜率) 的简单、实用超固结土模型^[38-41] (图 11)。当超固结程度为 1 时, 模型可退化为经典的 Cam-clay 模型。模型采用两个屈服面, 由于在当前屈服面中引用了统一硬化参数 H , 使模型能够描述土体的剪缩、剪胀、硬化、软化和应力路径依赖性等特性。模型的屈服面方程为

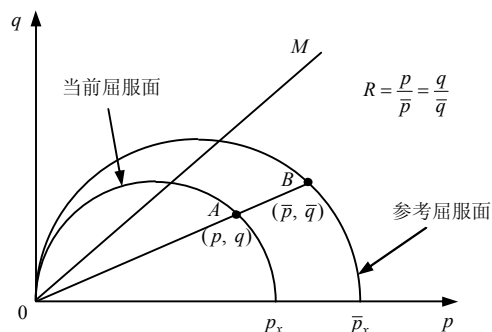


图 11 当前屈服面和参考屈服面

Fig.11 Current yield surface and reference yield surface

$$\left. \begin{aligned} \bar{f} &= \ln \frac{\bar{p}}{p_{x0}} + \ln \left[1 + \frac{\bar{q}^2}{M^2 \bar{p}^2} \right] - \frac{1}{c_p} \varepsilon_v^p = 0 \\ f &= \ln \frac{p}{p_{x0}} + \ln \left[1 + \frac{q^2}{M^2 p^2} \right] - \frac{1}{c_p} H = 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中: $\bar{p}$ 为参考应力点上的平均主应力; $\bar{q}$ 为该点上的广义剪应力; $\bar{p}_{x0}$ 为初始参考屈服面与 p 轴的交点; p_{x0} 为初始当前屈服面与 p 轴的交点; 统一硬化参数及其相关系数分别为

$$\left. \begin{aligned} H &= \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M^4 - \eta^4} d\varepsilon_v^p \\ M_f &= \left[\frac{1}{R} - 1 \right] (M - M_h) + M \\ R &= \frac{p}{\bar{p}_{x0}} \left[1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right] \exp \left[-\frac{\varepsilon_v^p}{c_p} \right] \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中: M_f 为潜在强度; M_h 为 Hvorslev 面的斜率; R 为超固结参数。

统一硬化参数基本特性^[42-46]为

① 硬化阶段 ($dH > 0$):

当 $0 < \eta < M$ (剪缩硬化阶段), $d\varepsilon_v^p > 0$, 表现为剪缩变形; 当 $\eta = M$ (特征状态), $d\varepsilon_v^p = 0$, 此时为由剪缩变形变为剪胀变形的分界线; 当 $M < \eta < M_f$ (剪胀硬化阶段), $d\varepsilon_v^p < 0$, 表现为剪胀变形。

② 峰值状态 ($dH = 0$)

$\eta = M_f$, 此时的潜在强度 M_f 为峰值强度, 土开始由硬化变为软化。

③ 软化阶段 ($dH < 0$)

由于 $\eta > M$, η 略大于 M_f 且 $dH < 0$, $d\varepsilon_v^p < 0$ 时, 屈服面向内收缩; 达到临界状态时, $\eta = M =$

M_f , $d\varepsilon_v^p = dH = 0$ 。

根据式 (28) 和式 (29), 超固结土模型的本构关系还可写为

$$\begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} KA_1 & 3KGA_2 \\ 3KGA_2 & 3GA_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_d \end{Bmatrix} \quad (30)$$

式中: K 为弹性体积模量, $K = E/3(1-2\nu)$; G 为弹性剪切模量, $G = E/2(1+\nu)$; A_1 , A_2 和 A_3 为 3 个不同的塑性影响因子 (当 $A_1 = A_3 = 1$ 和 $A_2 = 0$ 时, 退化为弹性关系), 根据超固结土模型, 它们可表示为

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2}{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2 + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2} \\ A_2 &= \frac{-2c_p(M^2 - \eta^2)\eta}{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2 + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2} \\ A_3 &= \frac{(M_f^4 - \eta^4)p + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2}{(M_f^4 - \eta^4)p + 12Gc_p\eta^2 + Kc_p(M^2 - \eta^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

在式 (31) 中, 潜在强度 M_f 可由式 (28) 得到, 塑性体积应变为 $\varepsilon_v^p = \int d\varepsilon_v^p = \int (d\varepsilon_v - dp/K)$ 。因为在峰值状态和临界状态式 (31) 中的分母均不为 0, 因此模型的计算结果均为确定解。

图 12 为用变换应力方法三维化的 UH 超固结土模型对排水、不排水试验数据的预测结果。由图 12 可见, 模型能够较好地描述超固结土的基本特性。

在以上几个具有特色的模型中, 多面模型在有限元计算时需要对应力空间中所有屈服面进行跟踪记忆, 这将增加计算机编程的难度。边界模型采用了较多的不易确定的参数, 影响了该模型的应用。下加载面模型的硬化规律采用满足两个边界条件假定的插值函数来表示, 其在两个边界条件之间的合理性还需论证, 同时, 由于下加载面模型应用了取值范围较大的模型参数, 使模型参数的确定具有随意性。UH 模型是基于 Cam-clay 模型建立的简单、实用的超固结土模型, 它仅比 Cam-clay 模型增加了一个参数, 即反映超固结强度特性的 Hvorslev 面斜率 M_h , 它的取值范围在 0 至临界状态应力比 M 之间, 可通过常规试验确定。由于 UH 模型是对 Cam-clay 模型的发展, 它易于与有限元结合, 便于在工程中推广和应用。

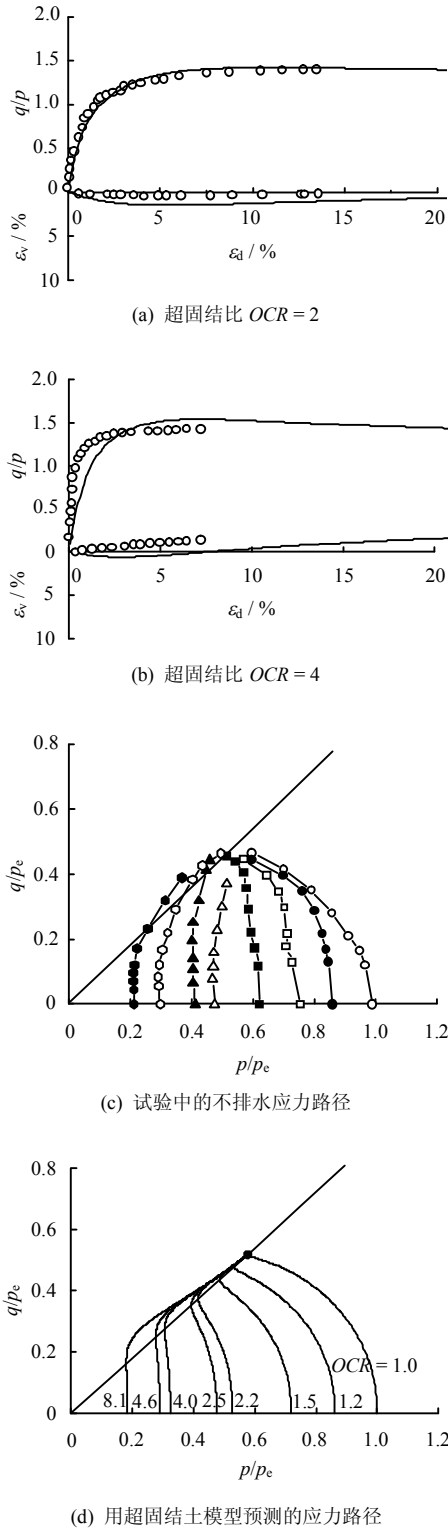


图 12 试验数据与超固结土模型预测结果比较
Fig.12 Comparisons between test data and results predicted by OC clay model

3.3 描述应力路径影响的弹塑性本构模型

与应力历史不同, 应力路径是指从当前的应力状态开始到达另一种应力状态的应力空间中的轨迹。沿着不同应力路径加载, 土将表现出不同的应力应变特性。

3.3.1 描述渐近状态路径的弹塑性本构模型

一般的本构模型是在常规三轴试验或真三轴试验研究基础上建立起来的。而在这些试验中土所处的应力状态与实际工程中土的受力情况存在较大的差别。事实上, 地基土是在某种边界约束条件下产生变形, 即沿着某种特殊的路径受荷变形。故以常规三轴试验和真三轴试验为基础建立的本构模型在模拟工程现场土的真实应力应变特性方面会存在一定的偏差。

渐近状态是一种特殊的应力路径。Chu 和 Lo 的研究指出, 渐近状态是比临界状态更为广泛的一个概念^[47], 临界状态是渐近状态在体应变增量为 0 时的特殊情况, 并给出了渐近状态下应力比与应变增量比的表达式:

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} = \frac{3(M_0 - \eta)}{M_0} \quad (32)$$

式中: M_0 为不排水条件下的极限应力比。

张建民等^[48]将压缩变形与剪切变形耦合变化的力学行为及其对土的应力应变响应的影响定义为压剪耦合效应(简称压剪效应), 在此基础上, 提出定量描述渐近状态应力比随应变增量比变化的二维和三维渐近状态准则, 它们的表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\sigma'_3}{\sigma'_1} \right)_{\min} &= \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi' R_s} \\ \left(\frac{q}{p'} \right)_{\text{asy}} &= \frac{3 \sin^2 \varphi' B_1}{\sqrt{2} B_2} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式中: R_s 、 B_1 和 B_2 均为与应变增量有关的参量。

罗汀等^[49]提出了饱和砂土的渐近状态本构模型。它是在 UH 模型基础上, 基于部分塑性体积应变与塑性剪应变有耦合的思路, 把对土塑性变形有影响的硬化参量分为耦合硬化参量和非耦合硬化参量, 建立了一种双硬化的弹塑性模型。模型的屈服函数为

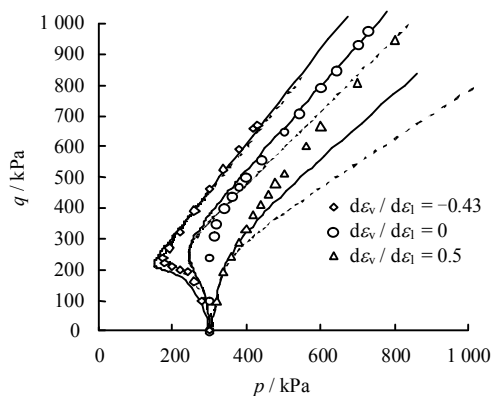
$$f = c_p \ln \frac{p}{p_0} + c_p \ln \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) - (H^c + H^{\text{unc}}) = 0 \quad (34)$$

式中: H^c 和 H^{unc} 分别为耦合硬化参量和非耦合硬化参量:

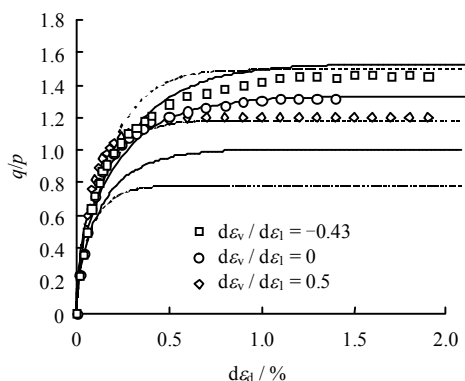
$$\left. \begin{aligned} H^c &= \int \frac{M^4}{M_f^4} \frac{M_f^4 - \eta^4}{M^4 - \eta^4} d\varepsilon_v^{\text{pc}} \\ H^{\text{unc}} &= \int d\varepsilon_v^{\text{unc}} = \mu c_p \ln \frac{p}{p_0} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

式中: μ 为双硬化耦合参量。对于正常固结黏土, $\mu = 1 - \lambda M / [3(\lambda - \kappa)]$ 。

图 13 为渐近状态本构模型对砂土试验数据预测结果, 其中实线为渐近状态模型的预测结果, 虚线为统一硬化模型的预测结果, 由图可以看出, 采用了双硬化参数的渐近状态本构模型能更合理地反映试验规律。



(a) 应力路径



(b) 应力-应变关系

图 13 试验结果与渐近状态模型的预测

Fig.13 Test data and results predicted by asymptotic state model

3.3.2 描述循环加载路径的弹塑性本构模型

循环加载条件下土塑性变形的累积效应将对孔隙水压力、应力-应变关系和强度特性产生影响。

Prevost 应用各向异性硬化模量场的概念提出了多重屈服面模型^[50-51]。Mroz 等提出的模型不仅适用于反映不排水条件下砂土的往返活动性, 也适用于描述排水条件下砂土的振动压密特性^[31, 52]。为了描述循环加载过程中的记忆消失现象, Zienkiewicz 等根据临界状态模型, 提出了一个能够描述土体在单调加载与循环加载条件下变形特性的边界面本构模型^[53]。Dasai 和 Faruque 提出了砂土

在循环荷载作用下的双面塑性模型^[15]。Tabbaa 和 Wood 将 Cam-clay 模型推广为能够描述黏土在循环荷载作用下滞回反应特性的双面动力硬化模型^[54]。Crouch 和 Wolf 建立了适用于黏土、粉土和砂土统一的三维临界状态边界面塑性模型^[55]。Hashiguchi 等将下加载面的概念引入到土体的弹塑性本构模型中, 并采用移动硬化规律来描述循环荷载作用过程中砂土的变形性能^[34-35]。Asaoka 等在模型中引入了旋转张量 β , 并给出旋转张量的演化规律, 对基础沉降和稳定性进行分析^[36-37]。Zhang 等提出了一种旋转张量用来描述土在循环加载条件下的特性^[56]。

谢定义等^[57]将瞬态极限理论推广到复杂应力条件, 提出了反向剪切、空间特性域、时域特性段和瞬态模量场概念, 揭示了往返荷载下饱和砂土瞬态强度与变形的变化机制。王建华、要明伦^[58]基于硬化模量场概念, 研究了循环应变下饱和砂土衰化的动力特性, 并采用有效应力与总应力的方法建立土的动力弹塑性模型。周健等针对往复荷载作用下土体变形和孔压发展的特点, 应用能模拟低应力水平下塑性变形的边界面模型, 建立了土体的边界面广义塑性本构模型^[59]。章根德、韦昌富^[60]提出了一个描述砂质土循环荷载条件下主要特性的本构模型。黄茂松等^[61]基于临界状态土力学理论, 引入了相对偏应力水平参数, 考虑初始静应力、循环动应力和不排水极限强度的相互影响, 研究了饱和软黏土的不排水循环累积变形特性。刘汉龙等^[62]根据 Iai 多重剪切机构塑性模型及边界面塑性模型的特点, 建立了一个砂土多机构边界面塑性模型, 能够模拟复杂荷载作用下主应力轴偏转的影响。孔亮等^[63]采用统一硬化参量 H 代替 Cam-clay 模型中的硬化参数 ε_v^p , 建立了一个新的基于旋转硬化与统一硬化参量的改进 Cam-clay 模型。栾茂田等^[64]对不排水条件下的单调剪切试验与循环剪切试验进行对比分析, 得出应力-应变关系的应变软化和硬化特性与流滑变形和循环流动特性密切相关的结论。张嘎、张建民^[65]对粗粒土与结构接触面在循环荷载作用下的力学特性进行了系统的试验研究, 讨论了循环荷载作用下接触面受力变形的规律和机制。李涛、Meissner^[66]基于一种混合塑性硬化准则和临界状态土力学理论, 建立了一个三维形式表述的适于饱和黏性土的弹塑性双面模型。李亮、赵成刚^[67]利用土体的塑性流动理论, 提出了用于描述饱和砂土动力反应性质的弹塑性本构模型。黄文雄^[68]基于 G-B 模型, 提出了一种在亚塑性理论框架下的能够

模拟粗粒土的本构模型, 可用同一个方程描述材料加载和卸载的力学响应。侯伟、姚仰平^[41]在超固结土模型中引用加卸载准则来描述土在循环加载下的变性特性。罗汀、路德春和姚仰平在砂土的试验研究基础上, 从增量积分的角度出发, 通过将应力路径进行分解来计算应变, 建立了考虑应力路径影响下土的三维应力-应变关系的增量计算模型^[69-70]。

3.4 考虑持荷时间影响的弹塑性本构模型

在土力学中, 土被假定为弹性体或弹塑性体来研究, 其本构关系仅仅与应力、应变有关, 没有考虑时间的影响因素。而许多由于土的流变导致的在工程实践中的崩溃现象表明了岩土工程中时间因素的重要性。土的流变特性是指在恒定的荷载作用下变形随时间发展的特性。

Borja 等^[71]将原始 Cam-clay 模型中硬化参数表示为塑性变形与黏塑性变形的耦合形式, 从而将模型和材料自身的流变特性结合起来。Sekiguchi^[72]提出了一个用体积蠕变方程来描述黏土的时间效应和应变速率效应:

$$\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) + D\eta^* - \alpha \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_{v0}} \right) \quad (36)$$

式中: D 为剪胀系数; α 为蠕变系数; 相对应力比 $\eta^* = \sqrt{2/3}(\eta_{ij} - \eta_{ij0})(\eta_{ij} - \eta_{ij0})$, η_{ij0} 为初始应力比张量; $\dot{\varepsilon}_v$ 为体积应变速率; $\dot{\varepsilon}_{v0}$ 为体积应变速率的初始值。

Dafalias 和 Herrmann^[73]建立了边界面流变模型, 构筑了等向固结三维边界面流变模型, 论证了黏塑性阶段塑性变形 (应力引起部分) 与黏塑性变形 (时间引起部分) 耦合的必要性。Yin 和 Graham 提出了岩土材料蠕变的等效时间和参考时间线等概念^[74-75], 并应用这些概念推导出一个简单的一维弹黏塑性本构模型, 其应变增量表示为

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\kappa}{V\sigma_z} \dot{\sigma}_z + \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[-\left(\varepsilon_z - \varepsilon_{z0}^p \right) \frac{V}{\psi} \right] \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \quad (37)$$

式中: ψ/V 和 t_0 为模型参数; ε_{z0}^p 为参考时间线上的初始应变; σ_{z0} 为应力 σ_z 的初始值。

随后, Yin 等将一维弹黏塑性模型与 Cam-clay 模型结合将其从等向压缩应力状态推广到压缩剪切并存的应力状态。

詹美礼和钱家欢等^[76]在上海软土流变特性的试验研究基础上, 提出了一种双屈服面的弹黏塑性模型。谢宁和孙钧^[77]提出一种关于上海软黏土的半经验半理论的非线性流变模型。赵维炳和施建勇^[78]

采用广义 voigt 模型, 导出一维轴对称问题的普遍理论解。廖红建和俞茂宏等^[79]采用非关联准则, 在 Cam-clay 模型基础上, 提出了考虑时间效应、剪胀性的弹黏塑性模型。张齐兴、朱俊高等^[80]提出了一个软土的弹黏塑性模型, 并将其应用于有限元中。陈晓平和白世伟^[81]探讨了岩土材料的应力应变模型、流变模型和固结模型的耦合机制, 建立了实用的非线性弹黏性固结模型。袁静和龚晓南等^[82]建立了一个由一个固结屈服面和两个剪切屈服面的软土各向异性三屈服面流变模型。赵明华等^[83]用非线性牛顿体替代线性牛顿体, 从而对西原正夫模型进行了改进, 并导出了改进后模型的本构方程。李建中和彭芳乐^[84]提出了描述土的蠕变性和加载速率效应的新参数, 这些参数能在一定程度上能够有效地描述黏土的黏塑性特性。李兴照和黄茂松等^[85]基于准前期固结压力的概念并引入边界面理论, 建立一个新的边界面弹黏塑性本构模型。王翠和闫澍旺等^[86]提出了一种利用试验数据估算软黏土蠕变模型有限元参数的方法。姚仰平等^[87]通过在蠕变和超固结之间建立联系, 提出蠕变超固结和应力超固结的概念, 将再加载的弹塑性变形计算方法引入等效时间模型中, 提出了多级加载条件下和连续加载条件下的考虑时间效应的应力应变计算方法, 并采用统一硬化参数和黏土的三维强度准则及其变换应力空间, 提出了黏土三维统一硬化弹黏塑性本构模型。所提出的模型能够综合反映出由于三维应力状态、不同超固结度和不同应力速率或应变速率对于应力-应变关系的影响。

4 描述不同组构特性的弹塑性本构模型

土的复杂应力-应变关系除与加载方式 (外因) 有关外, 还与土的组构 (内因) 有关。由于组构的不同使土具有结构性、各向异性、非饱和特性和颗粒破碎特性等。

4.1 描述土结构性的弹塑性本构模型

结构性是指土体在形成过程中所具有的颗粒特性、孔隙特性、排列特性以及联结特性等。颗粒特性是指颗粒或颗粒集合体的大小、形状、表面特征以及定量的比例关系; 孔隙特性是指孔隙的大小、形状、数量以及分布形态; 排列特征是指颗粒在空间上的排列分布状态; 联结特征是指胶结物的特性、颗粒之间的联结能力以及颗粒与胶结物之间的联结形式。由于绝大多数天然土体都具有一定的结构性, 且它对土体的工程性质有着很大的影响,

故国内外许多学者致力于土的结构特性研究。他们主要从以下 3 方面进行研究：一是基于土体小变形范围内的受力变形性状来建立弹塑性本构模型；二是通过增加一系列屈服面来描述土的应力历史和结构性影响的弹塑性本构模型；三是将损伤理论引用到弹塑性模型中，土颗粒间胶结力的逐渐破坏用屈服面尺寸的逐渐减小来描述。

Wood^[88]通过各向等压过程中同一回弹线上原状土体积应力和重塑土体积应力的比值来模拟土的结构特性。Vatsala 等^[89]认为天然软黏土的强度来源于两部分，即土骨架强度和颗粒间的胶结强度，建立了一个摩擦元件和胶结元件并联的结构性模型。

Liu 和 Carter 基于结构性土的一维压缩试验结果，通过在 Cam-clay 模型中引入结构性参数来建立结构性土的模型^[90]。结构性指标（天然土和重塑土的等向压缩曲线在相同应力条件下的孔隙比之差 Δe ）随着应力的增加而变化，其演化规律为

$$\Delta e = \Delta e_i \left(\frac{p'_{y,i}}{p'} \right)^b \quad (38)$$

式中： b 为表征结构破坏速率； $p'_{y,i}$ 为屈服面与 p 轴的交点的横坐标； Δe_i 为初始结构性大小的孔隙比差。

Rounania 和 Wood^[91]提出的移动硬化结构性模型，是在参考屈服面外增加结构屈服面，并随着结构性的逐渐丧失结构屈服面逐渐趋于参考屈服面且最终重合的演化规律来描述土的结构特性，所表征参考屈服面和结构屈服面之间关系的结构性参数 r 为

$$\dot{r} = -\frac{k(r-1)}{\lambda - \kappa} \sqrt{(1-A)\dot{\epsilon}_v^p + A\dot{\epsilon}_s^p} \quad (39)$$

式中： A 为体积应变和剪切应变影响程度的比例参数； k 为表征结构性衰减速率的参数； $\dot{\epsilon}_v^p$ 和 $\dot{\epsilon}_s^p$ 分别为塑性体应变增量和塑性剪应变增量。

Asaoka 等^[37]将下加载面概念应用于 Cam-clay 模型，提出了上加载面屈服面思想来描述具有结构性超固结土的应力应变特性。

沈珠江^[92]将损伤力学应用于土体，建立了结构性黏土的弹塑性损伤模型和非线性损伤力学模型，将变形中的土体看成原状土和损伤土的复合体，把损伤土所占的比重 w 称为损伤比，它在加载过程中的变化规律为

$$w = 1 - \exp(-a\epsilon_v - b\epsilon_d) \quad (40)$$

随后，沈珠江等^[93]在岩土破坏力学的理论框架内，通过引入反映破坏过程的结构参数，建立了结

构性土的二元介质模型。

谢定义和齐吉琳^[94]在分析研究了土结构性对土变形特性影响的基础上，提出了结构性的量化参数——综合结构势，并将其引入到土的本构关系中。综合结构势可表示为

$$m_p = \frac{m_1}{m_2} = \frac{S_r S_s}{S_0^2} \quad (41)$$

式中： S_0 、 S_s 和 S_r 分别为原状试样、饱和试样和重塑试样在某一应力水平下的变形量。

王立忠等^[95]在邓肯-张模型的基础上，考虑了土的结构损伤影响，对邓肯-张模型进行了修正。苗天得等^[96]基于微结构突变失稳假定，提出了一个完整失陷变形黄土的本构模型。洪振舜等^[97]基于结构土的强度特性，提出了当外加应力达到固结屈服应力时结构土达到完全屈服破坏的概念，并且探讨了结构性土的强度性状与变形特性的本质联系与其耦合问题。邵生俊和邓国华^[98]依据原状黄土的应力-应变变化规律及其抗剪强度随结构性参数的变化规律，揭示了黄土结构性与强度之间的内在联系。刘元雪等^[99]基于土体中的结构性、超固结对土体固结特性的影响差异及黏土的正常固结线的惟一性，提出了黏土的结构性与超固结的定量描述方法，据此对原状黏土进行分类。蒋明镜等^[100]认为：结构性土体有其独特的力学特性，常规数学模型已无法描述。反映土体微观结构变化的定量指标有待建立，宏观本构模型需进一步与微观力学模型相结合。李俊连、姚仰平^[101]基于饱和 K_0 结构性黄土试验研究，应用临界状态土力学理论分析其规律，总结出 K_0 结构性黄土的结构特性特殊的物理力学性质。

4.2 描述土各向异性的弹塑性本构模型

土的各向异性是指沿不同方向所表现出的力学参数、结构特性和应力-应变关系不同，它包括两种形式，即由初始固结引起的各向异性和由土体颗粒定向排列引起的材料各向异性。

Casagrande 和 Carillo^[102]最早从概念上区分原生各向异性和应力诱导各向异性，认为前者是材料固有的一种与应力应变无关的物理特性，而后者则随着应力应变的发展不断变化。Ladd^[103]将各向异性分为原生各向异性和初始各向异性。Arthur 和 Menzies 指出，Casagrande 和 Carillo^[104]对两种各向异性的划分同样适用于粒状材料。Hansen 和 Gibson^[105]在研究土体的不等压固结状态下的不排水强度时，考虑了各向异性，并推导出土体不排水

强度与剪切破坏面方向的关系。Lo^[106]对土体以不同方向切取试样并进行剪切试验, 对不排水强度与不同切土方向之间的关系进行了研究, 较早提出应力诱导各向异性本构模型为关口-太田模型^[107], 该模型假定沿初始固结线不等向塑性体积硬化, 模型的屈服面为

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left(\ln \frac{p}{p_0} + \frac{\eta^*}{M} \right) - \varepsilon_v^p = 0 \quad (42)$$

Hardin^[108]提出了一种考虑应力增量矢量方向与旋转公式来描述介质平面应变条件下的各向异性。Baker 和 Desai^[109]提出了一种横观各向同性弹塑性模型, 其中屈服函数和塑性势函数依赖于应力和塑性应变张量的联合不变量, 能够在塑性变形中包含各向异性的影响。Ohta 和 Nishihara^[110]在关口-太田模型的基础上, 提出了一种考虑初始各向异性的不排水抗剪强度公式, 从理论上考虑正常固结土、超固结土的不排水剪切特性, 并应用于基础、堤坝、挡土墙等的剪切破坏分析。Wood 和 Graham^[111]在 Cam-clay 模型的基础上, 建立了满足试验结果各向异性的弹塑性模型。Noriyuki 等^[112]通过一系列不同应力路径、不同应力水平下针对砂土的试验, 研究了各向异性条件下的屈服轨迹特性, 在此基础上提出了适用于砂土各向异性本构模型。Yasufuku 和 Ochiai^[113]建立了一个非等向固结条件下砂土的弹塑性模型, 其模型参数可通过三轴试验确定。Whittle^[114]提出能够考虑各向异性以及应变软化的弹塑性模型。Li^[115]在试验研究基础上提出一种材料各向异性本构模型。

龚晓南^[116]研究了横观各向同性土体的强度和变形特性, 分析了土的各向异性特性对土体的应力应变特性的影响。袁聚云^[117]通过在模型中引入各向异性参数, 描述了土的各向异性特性。施建勇、赵维炳^[118]以能量方程为基础, 推导出各向异性和小变形条件下弹塑性本构方程。殷宗泽^[119]通过真三轴仪试验, 揭示了各向异性的某些直观规律, 在此基础上提出了一种修正柔度矩阵形态的方法, 并对他提出的双屈服面模型进行修正。赵锡宏等^[120]根据真三轴仪所做的上海典型软土的排水试验以及关口-太田模型, 提出上海各向异性弹塑性模型。张坤勇等^[121]在 Cam-clay 模型和关口-太田模型的基础上, 通过调整 p - q 平面上的硬化轴和屈服轨迹的形状得到了改进的模型。杨林德、张向霞^[122]基于已有各向异性砂的试验资料, 借鉴复合材料力学中矩阵转换

的数学方法, 提出了相当应力状态的概念。魏星和黄茂松^[123]采用一个含有各向异性张量和结构性参数的边界面以反映初始各向异性特性, 通过各向异性张量随塑性应变的演化规律来描述荷载作用下的诱发各向异性。明海燕等^[124]基于砂土的应力-应变-强度关系受土骨架结构朝向和主应力方向间相对关系影响, 建立了一种砂土内在各向异性的本构模型。孙红、赵锡宏^[125]将软土各向异性弹塑性损伤模型的小应变模型, 发展为有限变形模型, 给出平面应变条件下考虑各向异性损伤的剪切带形成条件。姜洪伟等^[126]推导了各向异性弹黏塑性本构关系, 同时能够考虑强度的各向异性特性。针对材料各向异性, 姚仰平、孔玉侠等^[127]通过将一种各向异性参数 α 引用到 UH 模型中, 建立能够考虑土的原生各向异性的 UH 模型。孙德安、姚仰平等^[128-129]在关口-太田模型的基础上, 提出了一种考虑初始各向异性影响的不等向塑性体变硬化弹塑性模型, 模型的屈服面为

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left(\ln \frac{p}{p_0} + \frac{\eta^*}{M} \right) - H = 0 \quad (43)$$

统一硬化参数为

$$H = \int dH = \int \frac{M_f^4}{M_f^4} \frac{M_f^4 - \eta_1^4}{M_f^4 - \eta_1^4} d\varepsilon_v^p \quad (44)$$

式中: M_f 为峰值强度; η_1 可表示为

$$\eta_1 = \frac{3\eta_{ij}}{2\eta^*} (\eta_{ij} - \eta_{ij0}) \quad (45)$$

姚仰平和侯伟等在临界理论框架下提出了超固结土模型^[38-39], 随后将其推广为能够考虑初始应力各向异性特性的 K_0 超固结土模型^[130-131], 当前屈服面为

$$f = \ln \frac{p}{p_{0k}} + \ln \left(1 + \frac{\eta^{*2}}{M^2} \right) - \frac{1}{c_p} H = 0 \quad (46)$$

统一硬化参数 H 定义为

$$H = \int dH = \int \frac{M_f^4 - \eta_k^4}{M_f^4 - \eta_k^4} d\varepsilon_v^p \quad (47)$$

式中: η_k 为状态应力比为

$$\eta_k = \sqrt{\frac{3}{2} |\eta_{ij}\eta_{ij} - \eta_{ij0k}\eta_{ij0k}|} \quad (48)$$

4.3 描述土颗粒破碎的弹塑性本构模型

粒状材料的颗粒破碎是指组成土的颗粒在外

部荷载作用下产生结构破坏或破损, 导致土体级配的改变, 进而引起土的力学性质改变。

Terzaghi 和 Peck^[132]在对砂样进行在高压下的一维压缩试验时发现颗粒破碎十分显著。Lee 和 Farhoomand^[133]在对土石坝反滤材料进行研究时提出了一种表示破碎的方法。Daouadji 和 Fukumoto 分别对砂土在高围压下的特性进行了研究^[134-135]。Hardin^[136]采用一种破碎势的概念来建立破碎的表示方法。米占宽等^[137]对高应力场作用下堆石颗粒进行了研究, 在岩土破坏力学二元介质模型概念的基础上, 建立了能够考虑颗粒破碎的堆石体本构模型。程展林等^[138]论证了一般粗粒土的变形机制, 得出土颗粒间的位置排列和粒间作用对粗粒土的力学性质有重要影响的结论。刘汉龙等^[139]对堆石料的颗粒破碎进行了分析, 得出颗粒破碎的增加将导致粗粒料的抗剪强度降低, 峰值内摩擦角与颗粒破碎率之间呈幂函数关系的结论。刘萌成、高玉峰等^[140]根据堆石料大型三轴试验成果, 提出了非线性强度包线在 $q-p$ 坐标面上的幂函数表达式, 建立了一个可反映堆石料实际工程特性的新型弹塑性本构模型。孙德安等^[141]在试验研究基础上提出了考虑颗粒破碎的弹塑性模型。

姚仰平等^[142-143]在大量土的颗粒破碎试验研究基础上, 提出了考虑粒状材料颗粒破碎的 UH 模型, 模型采用相关联流动法则, 屈服面和塑性势面可统一表示为

$$f = g = \frac{(2n+1)p_c^{2n}}{M^2} \frac{q^2}{p} + p^{2n+1} - p_x^{2n+1} = 0 \quad (49)$$

式中: p_c 为参考应力; n 为特征状态线的幂常数 ($n \geq 0$); p_x 为塑性势面与 p 轴的交点。

硬化参数可表示为

$$H = \int dH = \int \frac{M_c^4}{M_f^4} \frac{M_f^4 - \eta^4}{M_c^4 - \eta^4} d\varepsilon_v^p \quad (50)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} M_f &= M \left(\frac{p}{p_c} \right)^{-n} \\ M_c &= M \left(\frac{p}{p_c} \right)^n \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

当 $n=0$ 时, $M_c = M_f = M$, 此时模型还原为 Cam-clay 模型的形式。图 14 为考虑粒状材料颗粒破碎的 UH 模型对试验数据预测结果。

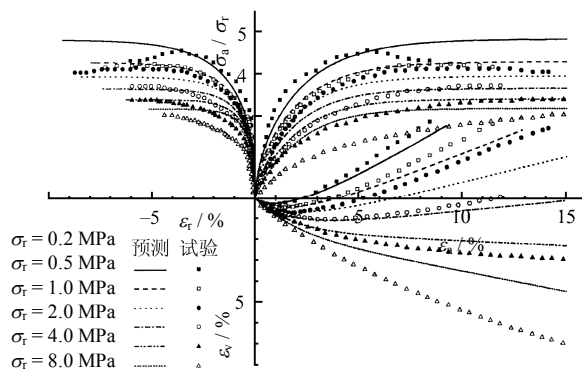


图 14 试验数据与预测结果

Fig.14 Test data and results predicted by UH model

5 结论与展望

建立描述土的基本力学特性本构模型的主要目的是: 从定性层面揭示土的变形强度机制。从定量层面, 结合数值分析方法, 将本构模型用于实际岩土工程的设计计算。在复杂岩土工程力学特性数值分析中, 要根据实际工程的变形量级区别处理, 建立或选用相应的本构模型。对于小应变问题一般采用弹性理论或小应变理论来进行研究; 当涉及到稳定性问题时, 通常应用强度理论按照极限分析方法进行计算, 但不能计算出具体的变形值。当需要考虑土在加载过程中从小应变到大应变、直至破坏整个范围的应力-应变关系及强度特性时, 弹塑性本构理论仍是建立土的应力-应变关系的基本框架, 代表着当前的主流。Cam-clay 模型作为里程碑式的本构模型, 开创了土的实用弹塑性应力-应变关系研究的先河。随后出现的大多数著名本构模型以 Cam-clay 模型为理论基础, 分别从细观、宏观、土工试验或数值仿真等角度分析、观察和研究土的应力应变特性, 通过抓主要矛盾来描述土的宏观变形和强度特性, 也是土本构模型研究的主要途径。以下对本文的综述进行小结。

(1) 关于土的三维特性: 常规的研究是以室内假三轴试验 (常规三轴试验) 结果为基础, 再将其应力-应变关系推广到三维应力状态。目前常用的岩土三维化方法包括了简单的广义 Mises 准则和考虑在 π 平面上强度特性的 $g(\theta)$ 方法。

广义 Mises 准则不能合理地考虑土在 π 平面上强度和变形特性的实事已为大多数学者所认同; $g(\theta)$ 方法虽在一定程度上能够描述土的三维特性, 但它在循环加载条件和 K_0 状态下带来的屈服面不连续、存在尖点、多值和非外凸等现象, 为该方法的继续使用带来了麻烦。

新发展的变换应力方法在没有增加任何新土

性参数的前提下, 能够更合理地描述土的三维应力应变和强度性质, 可应用于 K_0 固结模型和移动硬化模型, 具有明显的应用前景。

(2) 关于土的应力历史影响: 土的超固结特性是由应力历史引起的。自 Cam-clay 模型建立以来相继提出了很多描述超固结土特性的模型, 如多面模型、边界面模型、下加载面模型和 UH 模型等, 它们不同程度地反映了超固结土的应力应变特性。

如前所述, 多面模型、边界面模型和下加载面模型在不同程度上存在一些缺憾。UH 模型是基于 Cam-clay 模型建立起来的能够描述超固结土特性的模型。由于其简单性, 它便于与复杂的土性结合, 发展诸如结构性、非饱和性等本构模型。同时, 它还可方便地应用于有限元程序, 对工程问题进行数值分析。

(3) 关于土的应力路径影响: 对循环加载路径的研究是为了模拟饱和土在地震和海浪等循环荷载下的动力响应。国内外许多学者从不同的方面对循环加载路径下土的性质进行研究, 提出了描述其特性的本构模型, 在一定程度上能够模拟循环加载下的累积变形、破坏时土的液化等特性。

由于目前对循环加载路径的研究一般是基于某种假定来建立移动硬化规律, 它的合理性还无法保证。因此, 在大量试验研究基础上探求物理意义明确的移动硬化规律, 将是这方面的研究重点。

(4) 关于土的结构性影响: 结构性土的强度和变形特性是由颗粒间的排列和结构性胶结作用引起的。现有结构性土的本构模型能在一定程度上反映结构性土的应力应变特性, 但与人们的希望还有较大的差距。

在结构性土强度研究方面, 分析与应力水平和结构性参数有关的结构性土的强度特性及临界状态应力比是核心内容。而对沿着不同路径的结构性破坏程度的研究是一个难点。

(5) 关于土的材料各向异性影响: 土的材料各向异性特性是由土体颗粒定向排列引起的。一般是在本构模型中通过引入各向异性参数来描述土的各向异性特性。

目前大量的研究主要集中在对土的塑性各向异性和弹性各向异性分别进行, 同时, 研究的重点主要集中于剪切条件下土的各向异性特性对变形和强度的影响, 而大量的试验表明在等向压缩条件下土也呈现出各向异性的性质。因此, 建立同时适用于等向压缩和剪切条件下的既能够描述弹性各向异性, 又能够反映塑性各向异性的统一本构模型具有

重要的意义。

(6) 关于颗粒破碎影响: 在大压力作用下的颗粒破碎不仅对土的强度产生影响, 而且也使土的应力应变特性发生变化。

颗粒破碎影响的实质是在大压力条件下粒状材料的内摩擦角减小, 随着压力的增加剪胀性减弱甚至消失。统一描述上述特性是建立颗粒破碎本构模型的一个难点。考虑颗粒破碎的 UH 模型能够在一定程度上模拟颗粒破碎对土的应力-应变关系的影响。

致谢: 感谢《岩土力学》编辑部给笔者提供了一个和各位同行专家和读者交流的机会。由于笔者水平有限, 收集的资料不足, 定会有挂一漏万, 甚至有错误之处, 希望得到有关专家和读者的批评和指正。

参 考 文 献

- [1] 谢定义, 姚仰平, 党发宁. 高等土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [2] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理: 广义塑性力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [3] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [4] 王仁, 熊祝华, 黄文彬. 塑性力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1982.
- [5] 殷宗泽. 土工原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.
- [6] 朱百里, 沈珠江等. 计算土力学[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990.
- [7] 松冈元著. 土力学[M]. 罗汀, 姚仰平编译. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.
- [8] 陈惠发, A F 萨里普. 土木工程材料的本构方程[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001.
- [9] 姚仰平. 土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [10] 陈正汉. 关于土力学理论模型与科研方法的思考[J]. 力学与实践, 2003, 25(6): 59—62.
CHEN Zheng-han. Thoughts over theoretical model of soil mechanics and research methods[J]. **Mechanics and Engineering**, 2003, 25(6): 59—62.
- [11] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJAH A. Yielding of clay in states wetter than critical[J]. **Geotechnique**, 1963, 13(3): 211—240.
- [12] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalised stress-strain behaviour of an ideal wet clay[C]//Heyman J,

- Leckie F A. Engineering Plasticity. Cambridge: Cambridge University Press, 1968: 535—609.
- [13] LADE P V, DUNCAN J M. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division, American Society of Civil Engineers**, 1975, 101(10): 1037—1053.
- [14] LADE P V, KIM M K. Single hardening constitutive model for frictional materials, II. Yield criterion and plastic work contours[J]. **Computers and Geotechnics**, 1988, 6: 13—30.
- [15] DESAI C S, FARUQUE M O. Constitutive model for geological materials[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1984, 110(9): 1391—1408.
- [16] ZIENKIEWICZ O C, PANDE G N. Some useful forms of isotropic yield surface for soil and rock mechanics. Finite elements in geomechanics[M]. Gudehus G, ed.. London: Wiley, 1977: 179—190.
- [17] ARGYRIS J H, FAUST G, SZIMMAT J, et al. Recent developments in finite element analyses of prestressed concrete reactor vessels[J]. **Nuclear Engineering and Design**, 1973, 28: 42—75.
- [18] SATAKE M. Private letter from satake to matsuoka[M]. [S. l.]: [s. n.], 1998.
- [19] NAKAI T, MATSUOKA H. A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three-dimensional stresses[J]. **Soils and Foundations**, 1986, 26(3): 81—98.
- [20] NAKAI T, HINOKIO M. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters[J]. **Soils and Foundations**, 2004, 44(2): 53—70.
- [21] 李广信. 土的清华弹塑性模型及其发展[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(1): 1—10.
- LI Guang-xin. Characteristics and development of Tsinghua Elasto-plastic Model for soil[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(1): 1—10.
- [22] 郑颖人. 广义塑性力学理论[J]. 岩土力学, 2000, 20(2): 188—192.
- ZHENG Yin-ren. Theory of generalized plastic mechanics[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 20(2): 188—192.
- [23] YAO Y P, SUN D A. Application of Lade's criterion to Cam-clay model[J]. **ASCE, J. Engrg. Mech.**, 2000, 126(1): 112—119.
- [24] YAO Y P, SUN D A. Application of Lade's criterion to Cam-clay model (Closure)[J]. **ASCE, J. Engrg. Mech.**, 2001, 127(6): 631—633.
- [25] MATSUOKA H, YAO Y P, SUN D A. The Cam-clay models revised by the SMP criterion[J]. **Soils and Foundations**, 1999, 39(1): 81—95.
- [26] YAO Y P, ZHOU A N, LU D C. Extended transformed stress space for geomaterials and its application[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 2007, 133(10): 1115—1123.
- [27] YAO Y P, LU D C, ZHOU A N, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. **Science in China(Ser E)**, 2004, 47(6): 691—709.
- [28] 姚仰平, 路德春, 周安楠, 等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间[J]. 中国科学(E 辑), 2004, 34(11): 1283—1299.
- YAO Yang-ping, LU De-chun, ZHOU An-nan, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. **Science in China (Ser. E)**, 2004, 34(11): 1283—1299.
- [29] 姚仰平, 王乃东. 优于 $g(\theta)$ 的变换应力三维化方法[C]// 第一届全国岩土本构理论研讨会论文集. 北京: [出版地不详], 2008: 361—370.
- YAO Y P, WANG N D. Three-dimensional method with transformed stress superior to $g(\theta)$ [C]//Proceeding of the #1 Internal Conference on Constitutive Theory in Geotechnical Engineering, Beijing: [s. n.], 2008: 361—370.
- [30] PENDER M J. A model for the behaviour of overconsolidated soil[J]. **Geotechnique**, 1978, 28(1): 1—25.
- [31] MROZ Z. On the description of anisotropic work hardening[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1967, 15(3): 163—175.
- [32] PREVOST J H. A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 1985, 4(11): 9—17.
- [33] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity. I: Mathematical foundation and hypoplasticity[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1986, 112(9): 966—987.
- [34] HASHIGUCHI K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. **International Journal of Plasticity**, 1989, 25(8): 917—945.
- [35] HASHIGUCHI K, CHEN Z P, TSUTSUMI S, et al. Cyclic elastoplastic constitutive equation of cohesive and

- noncohesive soils[C]//Proceedings of The Sixth International Symposium on Numerical Model in Geomechanics. Montreal: [s. n.], 1997: 93—98.
- [36] ASAOKA A, NODA T, FERNANDO G S K. Consolidation deformation behavior of lightly and heavily overconsolidated clay foundation[J]. **Soils and Foundations**, 1998, 38(6): 75—91.
- [37] ASAOKA A, MASAKI N, TOSHIHIRO N. Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior[J]. **Soils and Foundations**, 2000, 40(2): 99—110.
- [38] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: Three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. **Geotechnique**, 2009, 59(5): 451—469.
- [39] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. A constitutive model for overconsolidated clays based on the Hvorslev envelope[J]. **Science in China (Ser. E)**, 2008, 51(2): 179—191.
- [40] 姚仰平, 侯伟, 周安楠. 基于 Hvorslev 面的超固结土模型[J]. **中国科学(E 辑)**, 2007, 37(11): 1417—1429.
- YAO Yang-ping, HOU Wei, ZHOU An-nan. A constitutive model for overconsolidated clays based on the Hvorslev envelope[J]. **Science in China (Ser. E)**, 2007, 37(11): 1417—1429.
- [41] 侯伟, 姚仰平. 统一硬化模型在复杂加载条件下的应用[J]. **北京航空航天大学学报**, 2008, 34(9): 1105—1108.
- HOU Wei, YAO Yang-ping. Application of unified hardening model under complex loading[J]. **Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics**, 2008, 34(9): 1105—1108.
- [42] YAO Y P, SUN D A, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35(2): 210—222.
- [43] YAO Y P, SUN D A, LUO T. A critical state model for sands dependent on stress and density[J]. **Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.**, 2004, 28: 323—337.
- [44] 罗汀, 姚仰平. 岩土材料应力路径无关硬化参量的构成方法[J]. **岩土力学**, 2007, 28(1): 69—76.
- LUO Ting, YAO Yang-ping. Method for developing hardening parameter independent of stress path for geomaterials[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(1): 69—76.
- [45] 姚仰平, 周安楠, 侯伟. 砂土硬化特征的描述及其试验验证[J]. **北京航空航天大学学报**, 2006, 32(10): 1186—1192.
- YAO Yang-ping, ZHOU An-nan, HOU Wei. Description of hardening characteristics of sand and its confirmation[J]. **Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics**, 2006, 32(10): 1186—1192.
- [46] 姚仰平, 罗汀, 孙德安, 等. 黏土和砂土简单的三维本构模型[J]. **岩土工程学报**, 2002, 24(2): 240—246.
- YAO Yan-ping, LUO Ting, SUN De-an, et al. A simple 3-D constitutive model for both clay and sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(2): 240—246.
- [47] CHU J, LO S R. Asymptotic behavior of a granular soil in strain path testing[J]. **Geotechnique**, 1994, 44(1): 65—82.
- [48] 张建民, 宋飞. 砂土的压剪效应与渐近状态准则[J]. **岩土工程学报**, 2008, 32(2): 166—171.
- ZHANG Jiang-min, SONG Fei. Compression-dilatancy coupling effect and asymptotic state criterion of sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 32(2): 166—171.
- [49] 罗汀, 姚仰平, Jian Chu. 饱和砂土渐进状态特征及其模拟[J]. **中国科学(E 辑)**, 2009, 39(1): 39—47.
- LUO Ting, YAO Yan-ping, CHU Jian. Asymptotic state behaviour and its modeling for saturated sand[J]. **Science in China (Ser. E)**, 2009, 39(1): 39—47.
- [50] PREVOST J H. Plasticity theory for soil stress-strain behavior[J]. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, 1978, 104(5): 1177—1194.
- [51] PREVOST J H. Mathematical modeling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1977, 1(2): 195—216.
- [52] MROZ Z, NORRIS V A, ZIENKIEWICZ O C. Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elastoplastic deformation of soils[J]. **Geotechnique**, 1979, 29(1): 1—34.
- [53] ZIENKIEWICZ O C, LEUNG K H, PASTOR M. Simple model for transient soil loading in earthquake analysis I [J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1985, 9: 453—476.

- [54] TABBAA A A, WOOD D M. An experimentally based “bubble” model for clay[C]//The 3rd International Symposium on Numerical Models in Geomechanics. edited by S. Pietruszczak and G. N. Pande: Elsevier Science Publishers Ltd, 1989: 91—99.
- [55] CROUCH R S, WOLF J P. Unified 3D critical state bounding-surface plasticity model for soils incorporating continuous plastic loading under cyclic paths[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1994, 18(11): 759—784.
- [56] ZHANG F, YE B, NODA T. Explanation of cyclic mobility of soils: Approach by stress-induced anisotropy[J]. **Soils and Foundations**, 2007, 47(4): 635—648.
- [57] 谢定义. 土动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1988.
- [58] 王建华, 要明伦. 软黏土不排水循环特性的弹塑性模拟[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(3): 11—18.
WANG Jian-hua, YAO Ming-lun. Elastoplastic simulation of the cyclic undrained behaviour of soft clays[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 18(3): 11—18.
- [59] 周健, 孙吉主, 吴世明. 往复荷载下软土的边界面广义弹塑性模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(2): 210—214.
ZHOU Jina, SUN Ji-zhu, WU Shi-ming. Elasto-plastic model of soft clay under reversal load[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(2): 210—214.
- [60] 章根德, 韦昌富. 循环荷载下砂质土的本构模型[J]. 固体力学学报, 1998, 19(4): 299—304.
ZHANG Gen-de, WEI Chang-fu. The constitutive model for sandy soil under cyclic loading[J]. **Acta Mechanica Solida Sinica**, 1998, 19(4): 299—304.
- [61] 黄茂松, 李进军, 李兴照. 饱和软黏土的不排水循环累积变形特性[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(7): 891—895.
HUANG Mao-song, LI Jian-jun, LI Xing-zhao. Cumulative deformation behaviour of soft clay in cyclic undrained tests[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(7): 891—895.
- [62] 刘汉龙, 丰土根, 高玉峰, 等. 砂土多机构边界面塑性模型及其试验验证[J]. 岩土力学, 2003, 24(5): 696—700.
LIU Han-long, FENG Tu-gen, GAO Yu-feng, et al. Multiple mechanism boundary surface plasticity model of saturated sand and its test validation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(5): 696—700.
- [63] 孔亮, 惠治鑫, 王燕昌. 旋转硬化与统一硬化参量在修正剑桥模型中的应用[J]. 宁夏大学学报, 2008, 29(2): 139—143.
KONG Liang, HUI Zhi-xin, WANG Yan-chang. Application of rotational hardening and unified hardening parameter in modified cambridge model[J]. **Journal of Ningxia University**, 2008, 29(2): 139—143.
- [64] 栾茂田, 许成顺, 何杨, 等. 复杂应力条件下饱和松砂单调与循环剪切特性的比较研究[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(1): 181—187.
LUAN Mao-tian, XU Cheng-shun, HE Yang, et al. A comparative study on monotonic and cyclic shear behavior of saturated loose sand under complex stress condition[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2006, 26(1): 181—187.
- [65] 张嘎, 张建民. 循环荷载作用下粗粒土与结构接触面变形特性的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 254—258.
ZHANG Ga, ZHANG Jian-min. Experimental study on cyclic behavior of interface between soil and structure[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(2): 254—258.
- [66] 李涛, MEISSNER H. 循环荷载作用下饱和黏性土的弹塑性双面模型[J]. 土木工程学报, 2006, 39(1): 92—97.
LI Tao, MEISSNER H. Elastoplastic two-surface model for clays under undrained cyclic loading[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2006, 39(1): 92—97.
- [67] 李亮, 赵成刚. 基于 SMP 破坏准则的土体弹塑性动力本构模型[J]. 工程力学, 2005, 22(3): 139—143.
LI Liang, ZHAO Cheng-gang. Elasto-plastic dynamic constitutive model of soils based on the smp failure criterion[J]. **Engineering Mechanics**, 2005, 22(3): 139—143.
- [68] 黄文雄. 亚塑性理论框架中粗粒土的本构模拟[C]//第一届全国岩土本构理论研讨会论文集. 北京, 2008: 56—63.
HUANG Wwi-xiong. Constitutive modeling of coarse-grained soils in hypoplasticity[C]//Proceeding of the #1 Internal Conference on Constitutive Theory in Geotechnical Engineering, Beijing: [s. n.], 2008: 56—63.

- [69] 路德春, 姚仰平. 应力路径的砂土本构模型[J]. 力学学报, 2005, 37(4): 451—459.
LU De-chun, YAO Yang-ping. Constitutive model of sand considering complex stress paths[J]. **Chinese Journal of Theoretical Applied Mechanics**, 2005, 37(4): 451-459.
- [70] 罗汀, 路德春, 姚仰平. 考虑应力路径影响下砂土的三维本构模型[J]. 岩土力学, 2004, 25(5): 688—693.
LUO Ting, LU De-chun, YAO Yang-ping. Three-dimensional constitutive model of sand considering stress path[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(5): 688—693.
- [71] BORJA R I, KAVANZANJIAN E. A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of 'wet' clay[J]. **Geotechnique**, 1985, 35(3): 283—298.
- [72] SEKIGUCHI H, OHTA H. Induced anisotropy and time dependency in clays[C]//Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering. Tokyo: [s. n.], 1977: 229—38.
- [73] DAFALIAS Y F, HERRMANN L R. Bounding surface plasticity II: application to isotropic cohesive solid[J]. **J Engng. Mechanics ASCE**, 1986, 112(EM12): 1263—1291.
- [74] YIN J H, GRAHAM J. Viscous-elastic-plastic modeling of one-dimensional time-dependent behavior of clays[J]. **Can. Geotech. J.**, 1989, 26: 199—209.
- [75] YIN J H, GRAHAM J. Equivalent times and one-dimensional elastic viscoplastic modeling of time-dependent stress-strain behavior of clays[J]. **Can. Geotech. J.**, 1994, 31: 42—52.
- [76] 詹美礼, 钱家欢, 陈绪禄. 软土流变特性试验及流变模型[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 54—62.
ZHAN Mei-li, QIAN Jia-huan, CHEN Xu-lu. Tests on rheological behavior of soft soil and rheologic model[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 15(3): 54—62.
- [77] 谢宁, 孙钧. 上海地区饱和软黏土流变特性[J]. 同济大学学报, 1996, 24(3): 233—237.
XIE Ning, SUN Jun. Rheological behaviors of shanghai clays[J]. **Journal of Tongji University**, 1996, 24(3): 233—237.
- [78] 赵维炳, 施建勇. 软土固结与流变[M]. 南京: 河海大学出版社, 1996: 5—8.
- [79] 廖红建, 俞茂宏, 赤石胜, 等. 黏性土的弹黏塑性本构方程及其应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 41—44.
LIAO Hong-jian, YU Mao-hong, CHI Shi-sheng, et al. Elasto viscoplastic constitutive equation of cohesive soils and its application[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(2): 41—44.
- [80] 张齐兴, 朱俊高, 殷建华. 一个软土的弹黏塑性模型及其有限元应用[J]. 河海大学学报, 2001, 29(6): 15—19.
ZHANG Qi-xing, ZHU Jun-guo, YIN Jian-hua. An elastic visco-plastic model for soft soil and its application to FEM[J]. **Journal of Hehai University**, 2001, 29(6): 15—19.
- [81] 陈晓平, 白世伟. 软土蠕变-固结特性及计算模型研究分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 728—734.
CHEN Xiao-ping, BAI Shi-wei. Research on creep-consolidation characteristics and calculating model of soft soil[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(5): 728—734.
- [82] 袁静, 龚晓南, 刘兴旺, 等. 软土各向异性三屈服面流变模型[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 88—94.
YUAN Jing, GONG Xiao-nan, LIU Xing-wang, et al. An anisotropic time-dependent trinal-yield-surface model for the stress-strain-time behavior of soft clay[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(1): 88—94.
- [83] 赵明华, 肖燕, 陈昌富. 软土流变特性的室内试验与改进的西原模型[J]. 湖南大学学报, 2004, 31(1): 48—52.
ZHAO Ming-hua, XIAO Yan, CHEN Chang-fu. Laboratory experiment of the rheological property of soft clay and the improved Xiyuan model[J]. **Journal of Hunan University**, 2004, 31(1): 48—52.
- [84] 李建中, 彭芳乐. 黏土的蠕变特性试验研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(2): 214—218.
LI Jiang-zhong, PENG Fang-le. Experimental research on creep property of clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(2): 214—218.
- [85] 李兴照, 黄茂松, 王录民. 流变性软黏土的弹黏塑性界面本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1393—1410.
LI Xing-zhao, HUANG Mao-song, WANG Llu-min. Bounding surface elasto-viscoplastic constitutive model for rheological behaviors of soft clays[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(7): 1393—1410.
- [86] 王翠, 闫澍旺, 张荣安. 软黏土蠕变模型参数的确定方法研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(10): 221—224.

- WANG Cui, YAN Shu-wang, ZHANG Rong-an. Determination of the parameters of visco-elastic-plasticity model for creep of soft clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(10): 221—224.
- [87] 姚仰平, 侯伟, 王乃东, 等. 土的统一硬化本构模型[C]//中国土木工程学会第十届土力学及岩土工程学术会议论文集. 重庆: 重庆大学出版社, 2007: 207—222.
- [88] WOOD D M. Kinematic hardening model for structured soils[C]//Proceedings of Numerical Models in Geomechanics: Balkema luxemburg. [S. l.]: [s. n.], 1995: 83—88.
- [89] VATSALA A, NOVA R, MURTHY B R S. Elasto-plastic model for cemented soils[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2001, 127(8): 679—687.
- [90] LIU M D, CARTER J P. A structured cam clay model[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2002, 39(6): 1313—1332.
- [91] ROUAINIA M, WOOD D M. A kinematic hardening constitutive model for natural clays with loss of structure[J]. **Geotechnique**, 2000, 50(2): 153—164.
- [92] 沈珠江. 结构性黏土的弹塑性损伤模型[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 21—28.
- SHEN Zhu-jiang. An elasto-plastic damage model for cemented clays[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 15(3): 21—28.
- [93] 沈珠江, 刘恩龙, 陈铁林. 岩土二元介质模型的一般应力-应变关系[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5): 489—494.
- SHEN Zhu-jiang, LIU En-long, CHEN Tie-lin. Generalized stress-strain relationship of binary medium model for geological materials[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(5): 489—494.
- [94] 谢定义, 齐吉琳. 土结构性及其定量参数研究的新途径[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(6): 651—656.
- XIE Ding-yi, QI Ji-lin. Soil structure characteristics and new approach in research on its quantitative parameter[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(6): 651—656.
- [95] 王立忠, 赵志远, 李玲玲. 考虑土体结构性的修正邓肯-张模型[J]. 水利学报, 2004, 1: 83—89.
- WANG Li-zhong, ZHAO Zhi-yuan, LI Ling-ling. Non-linear elastic model considering soil structural damage[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2004, 1: 83—89.
- [96] 苗天德, 刘忠玉, 任九生. 湿陷性黄土的变形机制与本构关系[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(4): 383—387.
- MIAO Tian-de, LIU Zhong-yu, REN Jiu-sheng. Deformation mechanism and constitutive relation of collapsible loess[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(4): 383—387.
- [97] 洪振舜, 刘松玉, 于小军. 关于结构土屈服破坏的探讨[J]. 岩土力学, 2004, 25(5): 684—687.
- HONG Zheng-shun, LIU Song-yu, YU Xiao-jun. On destructuration of structured soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(5): 684—687.
- [98] 邵生俊, 邓国华. 原状黄土的结构性强度特性及其在黄土隧道围岩压力分析中的应用[J]. 土木工程学报, 2008, 41(11): 93—98.
- SHAO Sheng-jun, DENG Guo-hua. The strength characteristics of loess with different structures and its application in analyzing the earth pressure on loess tunnel[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2008, 41(11): 93—98.
- [99] 刘元雪, 王培勇, 王良. 黏土的结构性与超固结[J]. 后勤工程学院学报, 2005, (4): 1—6.
- LIU Yuan-xue, WANG Pei-yong, WANG Liang. The structure and overconsolidation of clay[J]. **Journal of Logistic Engineering University**, 2005, (4): 1—6.
- [100] 蒋明镜, 沈珠江, 邢素英, 等. 结构性黏土研究综述[J]. 水利水电科技进展, 1999, 19(1): 26—30.
- JIANG Ming-jing, SHEN Zhu-jiang, XING Su-ying, et al. Review on structured clay[J]. **Advance in Science and Technology of Water Resources**, 1999, 19(1): 26—30.
- [101] 李俊连, 姚仰平. 结构性黄土临界状态力学性状[J]. 岩土力学, 2008, 29(1): 63—68.
- LI Jun-lian, YAO Yang-ping. Mechanical characteristics of structural loess under critical state[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(1): 63—68.
- [102] CASAGRANDE A, CARILLO N. Shear failure of anisotropic materials[J]. **Boston Society of Civil Engineering Journal**, 1944, 31(2): 74—87.
- [103] LADD C C. Stress-strain behavior of anisotropically consolidated clays during undrained shear[C]//Proc. 6th ICSMFE. [S. l.]: [s. n.], 1965: 282—286.
- [104] ARTHUR J R F, MENZIES B K. Inherent anisotropy in a sand[J]. **Geotechnique**, 1972, 22(1): 115—128.
- [105] HANSEN J B, GIBSON R E. Undrained shear strength of anisotropically consolidated clays[J]. **Geotechnique**, 1949, 3(1): 189—204.

- [106] LO K Y. Stability of slopes in anisotropic soils[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, American Society of Civil Engineering Proceedings, 1965, 19(SM4): 85—106.
- [107] SEKIGUCHI H, OHTA H. Induced anisotropy and time dependency in clays[C]//Proceedings of 9th ICSMFE. [S. l.]: [s. n.], 1977: 229—230.
- [108] HARDIN B O. Plane strain constitutive equations for soils[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1983, 109(3): 388—407.
- [109] BAKER R, DESAI C S. Induced anisotropy during plastic straining[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1984, 8(2): 167—185.
- [110] OHTA H, NISHIHARA A. Anisotropy of undrained shear strength of clays under axi-symmetric loading conditions[J]. **Soils and Foundations**, 1985, 25(2): 73—86.
- [111] WOOD D M, GRAHAM J. Anisotropic elasticity and yielding of a natural plastic clay[J]. **International Journal of Plasticity**, 1990, 6(4): 377—388.
- [112] NORIYUKI Y, HIDEKAZU M, MASAYUKI H. Yield characteristics of anisotropically consolidated sand under low and high stresses[J]. **Soils and Foundations**, 1991, 31(1): 95—109.
- [113] YASUFUKU N, OCHIAI H. Anisotropic hardening model for sandy soils over a wide stress region[J]. **Memoirs of the Faculty of Engineering**, 1991, 51(2): 81—118.
- [114] WHITTLE A J. Evaluation of a constitutive model for overconsolidated clays[J]. **Geotechnique**, 1993, 43(2): 289—313.
- [115] LI X S. Constitutive modeling of inherently anisotropic sand behavior[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2002, 128(10): 868—880.
- [116] 龚晓南. 软黏土地基各向异性初步探讨[J]. 浙江大学学报, 1986, (4): 20—24.
- GONG Xiao-nan. A preliminary research on anisotropy of the soft clay ground[J]. **Journal of Zhejiang University**, 1986, (4): 20—24.
- [117] 袁聚云. 软土各向异性形状的试验研究及其在工程中的应用[博士学位论文 D]. 上海: 同济大学, 1995.
- [118] 施建勇, 赵维炳. 软黏土的各向异性和小应变条件下的本构模型[J]. 岩土力学, 2000, 21(3): 209—212.
- SHI Jian-yong, ZHAO Wei-bin. A constitutive model for anisotropic and small-strain behaviour of soft clay (ASM)[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(3): 209—212.
- [119] 殷宗泽. 土的侧膨胀性及其对土石坝应力变形的影响[J]. 水利学报, 2000, (7): 49—54.
- YIN Zong-ze. The effect of soil lateral dilation behavior on stress and strain of earth and rockfill dams[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2000, (7): 49—54.
- [120] 赵锡宏, 姜洪伟, 袁聚云, 等. 上海软土各向异性弹塑性模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 323—330.
- ZHAO Xi-hong, JIANG Hong-wei, YUAN Ju-yun, et al. Anisotropically elastoplastic model of Shanghai soft soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 323—330.
- [121] 张坤勇, 陈芸, 梅国雄. 土体各向异性弹塑性模型的改进[J]. 水利水电科技进展, 2006, 26(6): 51—57.
- ZHANG Kun-yong, CHEN Yun, MEI Guo-xiong. Modification of elastic-plastic anisotropic constitutive models for soil[J]. **Advance in Science and Technology of Water Resources**, 2006, 26(6): 51—57.
- [122] 杨林德, 张向霞. 砂的原生各向异性强度的研究[J]. 地下空间与工程学报, 2007, 3(1): 14—18.
- YANG Lin-de, ZHANG Xiang-xia. On the inherent anisotropic strength of sand[J]. **Chinese journal of underground space and engineering**, 2007, 3(1): 14—18.
- [123] 魏星, 黄茂松. 天然结构性黏土的各向异性界面模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(8): 1224—1229.
- WEI Xing, HUANG Mao-song. Anisotropic bounding surface model for natural structured clays[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(8): 1224—1229.
- [124] 明海燕, 李相崧, DAFALIAS Y F. 砂土内在各向异性的本构模拟[J]. 深圳大学学报, 2007, 24(4): 331—338.
- MING Hai-yan, LI Xiang-song, DAFALIAS Y F. Constitutive modeling of fabric anisotropy of sand[J]. **Journal of Shenzhen University**, 2007, 24(4): 331—338.
- [125] 孙红, 赵锡宏. 软土的弹塑性各向异性损伤分析[J]. 岩土力学, 1999, 20(3): 7—12.
- SUN Hong, ZHAO Xi-hong. An analysis of elastoplastic anisotropic damage on soft soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1999, 20(3): 7—12.

- [126] 姜洪伟, 张保良, 袁聚云, 等. 上海软土的屈服函数[J]. 同济大学学报, 1996, 24(4): 422—426.
- JIANG Hong-wei, ZHANG Bao-liang, YUAN Ju-yun, et al. Yield function of Shanghai soft clays[J]. **Journal of Tongji University**, 1996, 24(4): 422—426.
- [127] 姚仰平, 孔玉侠, 宋美娜. 考虑原生各向异性土的统一硬化模型[J]. 工业建筑, 38(8): 6—9.
- YAO Yang-ping, KONG Yu-xia, SONG Mei-na. Inherent anisotropic unified hardening model for soils[J]. **Industrial Construction**, 2008, 38(8): 6—9.
- [128] 孙德安, 姚仰平, 殷宗泽. 初始应力各向异性土的弹塑性模型[J]. 岩土力学, 2000, 21(3): 222—226.
- SUN De-an, YAO Yang-ping, YIN Zong-ze. An elasto-plastic model for soil with initially stress-induced anisotropy[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(3): 222—226.
- [129] SUN D A, MATSUOKA H, YAO Y P, et al. An anisotropic hardening elastoplastic model for clays and sands and its application to FE analysis[J]. **Computers and Geotechnics**, 2004, 31(1): 37—46.
- [130] 姚仰平, 侯伟. K_0 超固结土的统一硬化模型[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(3): 316—322.
- YAO Yang-ping, HOU Wei. A unified hardening model for K_0 overconsolidated clays[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(3): 316—322.
- [131] 侯伟, 姚仰平. K_0 超固结土的不排水抗剪强度[J]. 力学学报, 2008, 40(6): 795—803.
- HOU Wei, YAO Yang-ping. Undrained shear strength for K_0 overconsolidated clays[J]. **Chinese Journal of Theoretical Applied Mechanics**, 2008, 40(6): 795—803.
- [132] TERZAGHI K, PECK R B. Soil mechanics in engineering practice[M]. New York: Wiley, 1948.
- [133] LEE K L, FARHOOMAND I. Compressibility and crushing of granular soils in anisotropic triaxial compression[J]. **Can. Geotech.**, 1967, 4(1): 68—86.
- [134] DAOUADJI A, HICHER P Y, RAHMA A. An elastoplastic materials taking into account grain breakage[J]. **Eur. J Mech. A/Solids**, 2001, 20: 113—137.
- [135] FUKUMOTO T. Particle breakage characteristics of granular soils[J]. **Soils and Foundations**, 1992, 32(1): 26—40.
- [136] HARDIM B O. Crushing of soil particles[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(10): 1177—1192.
- [137] 米占宽, 李国英, 陈铁林. 考虑颗粒破碎的堆石体本构模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(12): 1865—1869.
- MI Zhan-kuan, LI Guo-ying, CHEN Tie-lin. Constitutive model for rockfill material considering grain crushing[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(12): 1865—1869.
- [138] 程展林, 丁红顺, 吴良平. 粗粒土试验研究[J]. 岩土力学, 2007, 29(8): 1151—1158.
- CHENG Zhan-lin, DING Hong-shun, WU Liang-ping. Experimental study on mechanical behaviour of granular material[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(8): 1151—1158.
- [139] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 等. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 562—566.
- LIU Han-long, QIN Hong-yu, GAO Yu-feng, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(4): 562—566.
- [140] 刘萌成, 高玉峰, 黄晓明. 考虑强度非线性的堆石料弹塑性本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(3): 294—298.
- LIU Meng-cheng, GAO Yu-feng, HUANG Xiao-ming. Study on elasto-plastic constitutive model of rockfills with nonlinear strength characteristics[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(3): 294—298.
- [141] SUN D A, HUANG W X, SHENG D C, et al. An elastoplastic model for granular materials exhibiting particle crushing[J]. **Key Engineering Materials**, 2007, 340: 1273—1278.
- [142] YAO Y P, WANG N D, YAMAMOTO H, et al. An elastoplastic model considering sand crushing[C]// International Conference of Computational Science. Berlin Heidelberg: Springer, 2007, Part III: 1146—1150.
- [143] YAO Y P, YAMAMOTO H, WANG N D. Constitutive model considering sand crushing[J]. **Soils and Foundations**, 2008, 48(4): 603—608.